DOI:10.13652/j.issn.1003-5788.2019.10.015

卡登圆行星机构动力学分析

Dynamics analysis of carden circular panetary mechanism

王冰冰[1] 李美求[1] 罗竞波[1] 付芳琴[2]

WANG Bing-bing[1] *LI Mei-qiu*[1] *LUO Jing-bo*[1] *FU Fang-qin*[2]

(1. 长江大学机械结构强度与振动研究所,湖北 荆州 434023;
2. 大庆油田天然气分公司,黑龙江 大庆 163000)

(1. *Institute of Strength and Vibration of Mechanical Structures, Yangtze University, Jingzhou, Hubei* 434023, *China*; 2. *Daqing Oilfield Natural Gas Branch, Daqing, Heilongjiang* 163000, *China*)

摘要:根据卡登圆行星机构的运动规律,利用几何解析法得到机构运动方程,从能量角度出发,建立该机构的动力学方程。得到卡登圆行星机构的输入扭矩及输出广义力随时间的变化规律,定性地绘制了卡登圆行星机构的载荷谱;对该系统响应规律进行分析,研究了影响该系统动力学特性的因素,并分析了其动力学特性的优越性,将仿真与理论计算进行对比,验证了研究的可行性。

关键词:动力学分析;卡登圆行星机构;计算机仿真

Abstract: According to the motion law of the carden planetary mechanism, the equation of motion of the mechanism is solved by geometric analysis, and the dynamic equation of the mechanism is established from the point of view of energy. The change rule of the input torque and output generalized force with time is obtained, and the load spectrum of carden planetary mechanism is qualitatively. The response law of the system is analyzed and the factors affecting the dynamic characteristics of the system are studied. By comparing the simulation with the theoretical calculation, the feasibility of the study is proved, providing design basis for such institutions. Moreover, the superiority of its dynamic characteristics is analyzed, so as to put forward a feasible scheme for the structural optimization of the mechanism.

Keywords: dynamic analysis; carden circle planetary mechanism; computer simulation

随着计算机技术的发展,工业设计技术的提升,机械产品以高效率、高寿命、高精度、低噪音为目标发展迅速。齿轮传动以其优异的传动特点成为了机械传动中最重要的传动方式之一[1],工程机械多为齿轮组成的机械多体机构,对其动力学特性的研究有助于保障其工作安全可靠,运行平稳高效,对多体机构的动力学分析受到国内外研究人员越来越的关注[2-4]。卡登圆行星机构是一种将旋转运动转化为往复直线运动的装置[5],广泛应用于农业、医疗、城建及简易机械设备中[6-7]。如食品分拣机械手在抓取传送带上的榨菜包装袋时,榨菜包装袋位置姿态杂乱不唯一,通过结合准确的目标跟踪程序,机械手抓取和上提过程运作精准,且由于机构具有急回特性,有利于提高效率[8]。在食品包装机械上,机构的性能高效稳定,具有较高的寿命。

随着 PackML 技术的发展,对机构的设计和应用提出了标准化要求[9]。卡登圆行星结构紧凑、精度高,与普通曲轴连杆机构相比,其最大的优势在于输出端杆件受力与运动方向保持一致,避免了耗散力造成的能量损失,工作效率大大提升。对于多机构动力学分析,普遍利用牛顿—欧拉方程(Newton-Euler equations)、拉格朗日(Lagrange)法,而拉格朗日法因其形式简洁、结构紧凑、方程形式统一获得更多研究者[10-11]的青睐。

文章拟从能量角度出发,利用第二类 Lagrange 方程建立卡登圆行星机构动力方程,分析机构运动规律。对比仿真与理论分析结果,验证理论分析的可靠性,为卡登圆行星机构的设计和应用提供理论依据。

1 机构理论分析

1.1 卡登圆机构运动方程

卡登圆行星机构(图 1)主要由行星架内齿廓、行星轮、机架连杆、导杆组成。卡登圆行星机构的运动规律:行星轮圆心 O_1 处通过机架连杆与行星架相连,机架连杆长度 l_H 为行星轮与行星架内齿廓啮合节圆半径,行星架内齿廓 H 与行星轮内啮合,行星轮与导杆铰接在一起,机构的主动件为机架连杆,电机为机架连杆提供扭矩带动行星轮圆周运动,行星齿轮节点处有一个铰接柱脚,铰

基金项目:国家重点研发计划项目(编号:2016YFC0303703)
作者简介:王冰冰,男,长江大学在读硕士研究生。
通信作者:李美求(1979—),男,长江大学教授,博士。
E-mail:limeiqiu@sina.com
收稿日期:2019-03-29

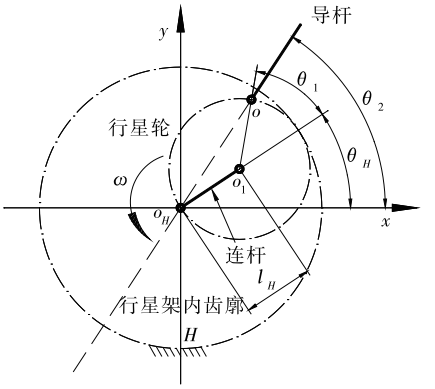


图 1　卡登圆行星机构运动简图

Figure 1　Kinematic diagram of the carden circle planetary mechanism

接柱脚的旋转中心线与行星齿轮的齿轮节点重合。r_1 为行星轮节径，r_H 为行星架内齿廓节径，导杆为输出端，其长度为行星轮节圆直径的两倍，在行星齿轮的带动下在一条直线上往复运动。

通过几何解析分析运动方程：机架连杆 $\overrightarrow{O_HO_1}$，行星轮节径 $\overrightarrow{O_1O}$，导杆位移 $\overrightarrow{O_HO}$ 矢量封闭，且机架连杆与行星轮、内齿廓啮合节径等长，得出导杆的运动方程。

$$X = 2r_1\cos\frac{\theta_1}{2} = 2r_1\cos(\theta_2-\omega t)\ , \tag{1}$$

式中：

X——导杆位移，m；

r_1——行星齿轮节径，m；

θ_1——初始角度，rad；

θ_2——安装角度，rad；

ω——机架连杆角速度，rad/s；

t——时间，s。

将导杆位移方程对时间求一阶导可得导杆速度方程，继续对导杆速度方程求导，得导杆的加速度方程。

$$\dot{X} = 2\omega r_1\sin(\theta_2-\omega t)\ , \tag{2}$$

$$\ddot{X} = -2\omega^2 r_1\cos(\theta_2-\omega t)\ 。 \tag{3}$$

1.2　卡登圆行星机构的动力学方程

卡登圆行星机构属于刚性多体系统，采用拉格朗日法研究其动力学规律是采用相对坐标法对整个系统建立数学模型，具有动力学方程少，便于转化为常微分方程组，不需要考虑多体系统、未知的约束反力、减少计算量等优点[12]。

在行星架内齿廓的圆心建立坐标系如图 1，系统具有一个自由度，故只有一个广义坐标，可取机架连杆的角位移 φ 为广义坐标，系统的动能为机架连杆的动能与行星齿轮的动能及导杆的动能之和。

行星齿轮作平面运动，其动能和势能为：

$$E_{k1} = \frac{1}{2}m_1 l_H^2\omega_H^2 + \frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}m_1 r_1^2\right)\omega_1^2\ , \tag{4}$$

$$E_{p1} = gm_1 l_H\sin\omega_H t\ 。 \tag{5}$$

机架连杆绕定轴 O_H 转动，其动能和势能为：

$$E_{kl} = \frac{1}{2}\omega_H^2\left(\frac{1}{3}m_l l_H^2\right)\ , \tag{6}$$

$$E_{pl} = \frac{1}{2}gm_l l_H\sin\omega_H t\ 。 \tag{7}$$

导杆做平面运动，其动能和势能为：

$$E_{ks} = \frac{1}{2}m_s\dot{X}_s^2\ , \tag{8}$$

$$E_{ps} = 2gm_s r_1\sin\omega_H t\ 。 \tag{9}$$

故系统的总动能和总势能为：

$$E_K = \frac{1}{2}m_1\omega_H^2 l_1^2 + \frac{1}{4}m_1 r_1^2\omega_1^2 + \frac{1}{6}\omega_H^2 m_l l_1^2 + 2m_s\omega_H^2 r_1^2\sin^2(\theta_1-\omega t)\ , \tag{10}$$

$$E_p = gm_1 l_H\sin\omega_H t + \frac{1}{2}gm_l l_H\sin\omega_H t + 2gm_s r_1\sin\omega_H t\ 。 \tag{11}$$

根据卡登圆行星机构的运动学特性和传动规律[5]，机架连杆长度与行星轮节径等长：

$$l_H = r_1\ , \tag{12}$$

$$\omega_H r_H = \omega_1 r_1\ 。 \tag{13}$$

化简后：

$$E_K = \omega_H^2 r_1^2\left[\frac{3}{2}m_1 + \frac{1}{6}m_l + 2m_s\sin^2(\theta_1-\omega t)\right], \tag{14}$$

$$E_p = gr_1\sin\omega_H t\left(m_1 + \frac{1}{2}m_l + 2m_s\right)\ 。 \tag{15}$$

利用虚功原理，计算系统在平稳工作时，作用在系统上所有主动力的虚功之和：

$$\sum\vec{M}_i\cdot\delta\vec{\varphi}_i = 0\ 。 \tag{16}$$

$$M\delta\varphi + gr_1\delta\left(m_1\sin\varphi + \frac{1}{2}m_l\sin\varphi + 2m_s\sin\varphi\right) + F\delta(2r_1\sin\varphi) = 0\ 。 \tag{17}$$

化简式(16)、(17)可得广义坐标 φ 的广义力为：

$$Q_\varphi = M + gr_1\cos\varphi\left(m_1 + \frac{1}{2}m_l + 2m_s\right) - 2Fr_1\sin\varphi\ 。 \tag{18}$$

将式(14)、(15)、(18)代入第二类 Lagrange 方程：

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(\frac{\partial E_k}{\partial\dot{\varphi}}\right) - \frac{\partial E_k}{\partial\varphi} + \frac{\partial E_P}{\partial\varphi} = Q_\varphi\ , \tag{19}$$

得卡登圆系统的动力学方程：

$$\dot{\varphi}^2 r_1^2[4m_s\sin(\theta_1-\varphi)\cos(\theta_1-\varphi) - \frac{3}{2}m_1 + \frac{1}{6}m_l] - 2\dot{\varphi}r_1^2(\frac{3}{2}m_1 + \frac{1}{6}m_l) - gr_1\cos\varphi(m_1 + \frac{1}{2}m_l + 2m_s) =$$

$$2Fr_1\sin\varphi - gr_1\cos\varphi\left(m_1+\frac{1}{2}m_l+2m_s\right)-M\ , \qquad (20)$$

式中:

m_1——行星齿轮质量,kg;

m_l——机架连杆质量,kg;

m_s——导杆质量,kg;

φ——机架连杆运动角度,rad;

g——重力加速度,m/s^2;

M——电机输入驱动力矩,N·m;

F——施加在导杆上的负载,N。

$\varphi=\omega t$ 为机架连杆相对于初试位置θ_1的角度。从理论计算可知,主动件的转速决定机构工作周期,负载和驱动力矩呈正比关系。根据生产的需要,通过改变行星轮的运动周期、模数、负载的行程,可以得到机架连杆的受力变化规律,进而选择合适的驱动力矩。

2　机构的动力学仿真分析

2.1　卡登圆机构的特征参数

研究采用大节距渐开线 20°齿轮,行星轮齿数 $Z_1=20$,内齿廓齿数 $Z_2=40$,内齿廓外径 100 mm,齿厚 $B=10$ mm,模数 $m=2$ mm,机架连杆长度 $l_H=20$ mm。

2.2　卡登圆机构的理论计算

机构的材料为合金钢,密度 7 700 kg/m^3,机架连杆的角速度 $\omega_H=0.8\pi$ rad/s,行星齿轮质量 $m_1=0.09$ kg,机架连杆质量 $m_l=0.02$ kg,导杆质量 $m_s=0.04$ kg,初始角度 $\theta_1=180°$,安装角度 $\theta_2=0°$代入式(20)。

$$M=40F\cos(0.8\pi t)+0.01\sin(0.8\pi t)\cos(0.8\pi t)+0.44\ 。 \qquad (21)$$

根据式(21),利用计算机辅助计算得到机构的驱动力矩在两个周期内随载荷的变化规律,如图 2。

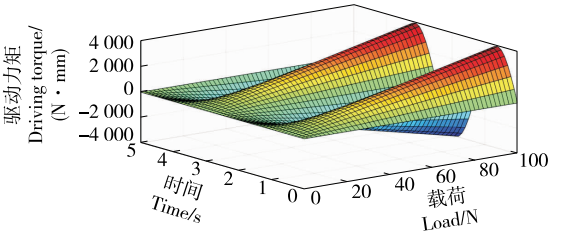
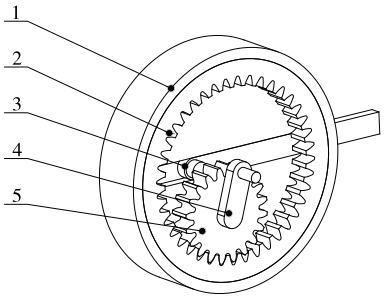


图 2　机构动力关系理论计算结果

Figure 2　Theoretical calculation results of dynamic relationship of mechanism

2.3　卡登圆机构的仿真分析

根据卡登圆机构的特征参数建立模型如图 3,利用 Solid Works Motion 仿真分析,由卡登圆行星机构的特点,机构平稳运行时,导杆与壳体上的凹槽不存在摩擦。机架连杆与行星齿轮铰接接触面、导杆与行星齿轮铰接接触面动态摩擦系数$\mu_K=0.25$,静态摩擦系数$\mu_S=0.3$,



1. 下壳体　2. 行星架内齿廓　3. 导杆　4. 机架连杆　5. 行星轮

图 3　卡登圆行星机构仿真模型

Figure 3　Simulation model of the garden circle planetary mechanism

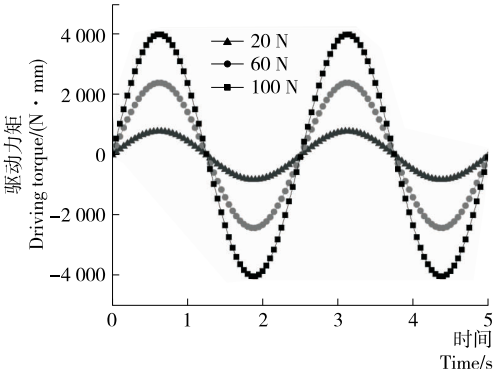


图 4　机构动力关系模拟分析结果

Figure 4　Simulation analysis results of dynamic relationship of mechanism

选择合金钢材质,弹性模量 $E=210$ GPa,泊松比 $\mu=0.3$。选择 Motion 分析中的实体接触,避免错误的零件载荷传递路线[13]。重力加速度方向垂直于安装角度方向,$g=9\ 806.65$ mm/s^2,分别选择载荷为 20,60,100 N,采用 GSTIFF 积分器进行求解,得驱动力矩的变化规律如图 4 所示。

分析理论计算结果可知,当负载为常数时,输入扭矩以周期 $T=2.5$ s 做正弦(余弦)的变化规律,随着负载的增大,输入扭矩振幅增大,与实际工作状态相符。载荷与输入力矩呈线性关系,随着载荷的增大,输入力矩增大,其斜率与初始角度及机架连杆角速度有关。初始角度$\theta_1=0$,在 $t=\pi/2\omega+n\pi/\omega$ 时,斜率取最大值,在 $t=n\pi/\omega$ 时,斜率最小。$\varphi=\omega t=n\pi$ 时,系统启动载荷较小,故选择初始角度 $\theta_1=n\pi$ 有利于系统平稳启动。

根据试验结果分析可知,在卡登圆行星机构正常工作一个周期内,大齿轮内齿廓和行星齿轮啮合载荷周期变化,如果选择初始角度 $\theta_1=n\pi$,则转角 $\varphi=n\pi+\pi/2$ 处的啮合齿轮受载较大,为齿轮传动主要失效部位,也是系统的危险姿态。

提取在特征值载荷下机构的驱动力矩的峰值如表 1 所示,对比理论计算和模拟分析结果可知,吻合度较大,

表 1　理论分析和模拟分析结果对比

Table 1　Comparison between simulation analysis and theoretical calculation　N·mm

项目	20 N		60 N		100 N	
	最小值	最大值	最小值	最大值	最小值	最大值
模拟分析	−800.232	800.253	−2 399.981	2 399.980	−3 999.981	3 999.980
理论计算	−799.921	800.078	−2 399.921	2 400.078	−3 999.921	4 000.078

模拟分析很好地证明了理论计算的可行性，为卡登圆行星机构的设计和应用提供了理论依据。

考虑到齿轮加工成本较高，对卡登圆行星机构的优化设计以提高其寿命、互换性为目标，可考虑进行双排双导杆设计，设计铰链呈 $n\pi/2$ 角度，此时两个铰链的工作载荷波峰波谷呈现半个周期交替出现，有效地提升了机构的稳定性。图 5 为卡登圆机构在典型内燃机活塞上的模拟应用。载荷为角度的函数，对比单个导杆装配下的机构与优化设计后的双排双导杆机构的动力响应，优化前后机构的动力响应趋势相同。优化后的机构驱动力矩的波动范围小于优化前的，有利于机构运作的稳定、降噪、安全，从理论上证明了机构优化的可行性。

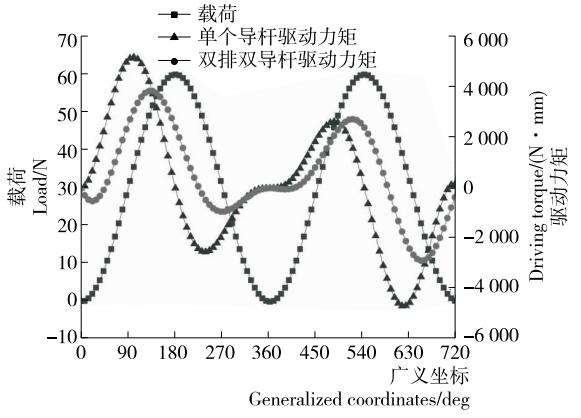


图 5　卡登圆机构的模拟应用

Figure 5　Simulation application of carden circular mechanism

3　结论

研究建立了卡登圆行星机构的动力学方程，并通过动力学仿真得到以下结论：

(1) 通过拉格朗日第二类方程建立了卡登圆机构的动力学方程，联立了载荷和驱动力矩随广义坐标的变化规律，用模拟仿真结果验证理论计算，得到计算卡登圆行星机构动力关系的方法，为此类机构提供了设计和应用依据。在对比理论计算和模拟分析发现，机构耗散能较小，优于常规曲柄滑块机构。

(2) 分析了机构的危险姿态，为机构的装配及初始角度的设计提供了依据。提出结构优化设计方案，通过模拟仿真证明优化的可行性，为提高机构的寿命、互换性提供了可行性方案。

(3) 在机构实际运转过程中，传动误差和齿轮变形导致的齿轮啮合冲击引起振动噪声，对于机构的冲击摩擦模型建立有待进一步研究。

参考文献

[1] 濮良贵，陈国定，吴立言. 机械设计[M]. 北京：高等教育出版社，2013：186-187.

[2] 戎保，芮筱亭，王国平，等. 多体系统动力学研究进展[J]. 振动与冲击，2011，30(7)：178-179.

[3] KUZNETSOVA N A，TETYUSHEV A A，SHANDYBINA I M. Basic principles for the construction of dynamic models of the planetary gears used in drilling rigs[J]. Chemical and Petroleum Engineering，2017，53(11)：450-452.

[4] 郑明亮. 机械多体系统动力学非线性最优控制问题的 Noether 理论[J]. 应用数学和力学，2018，39(7)：776-784.

[5] 罗竞波，李美求，冯小刚，等. 基于非圆齿轮的卡登圆行星机构运动学分析与仿真[J]. 食品与机械，2017，34(1)：84-85.

[6] 王振玉，杨斌，郑才国，等. 人机交互式五轴机械手设计与制造[J]. 机床与液压，2018，46(17)：36-38.

[7] 瞿畅，吴炳，陈厚军，等. 体感控制的上肢外骨骼镜像康复机器人系统[J]. 中国机械工程，2018，29(20)：2 484-2 489.

[8] 刘子龙. 基于机器视觉的快速分拣食品包装系统研究[D]. 杭州：浙江工业大学，2015.

[9] 聂学俊，熊光洁，汤晓华. 食品包装机械的自动控制[J]. 食品科学技术学报，2013，31(5)：76-78.

[10] 王相兵. 工程机械臂系统结构动力学及特性研究[D]. 杭州：浙江工业大学，2014：33-34.

[11] 陈磊，唐倩. 六自由度关节型喷涂机器人结构设计及分析[D]. 重庆：重庆大学，2015：36-39.

[12] 李卓球，侯作富，黄玉盈. 理论力学[M]. 武汉：武汉理工大学出版社，2012：248-250.

[13] 陈超祥，胡其登. SOLIDWORKS Motion 运动仿真教程[M]. 北京：机械工业出版社，2016：69-71.