

# 六关节工业机器人工作空间及轨迹规划仿真

## Simulation of workspace and path design of industrial robot with six joints

李璐陈 曾谊晖

LI Ju-chen ZENG Yi-hui

(安徽文达信息工程学院, 安徽 合肥 231201)

(Anhui Wenda University of Information Engineering, Hefei, Anhui 231201, China)

**摘要:**利用 MATLAB 软件对六关节工业机器人的工作空间进行虚拟仿真分析,并推导机器人的工作空间;采用五次多项式进行插值计算对工业机器人的轨迹进行规划,并运用 MATLAB 软件对工业机器人轨迹规划进行仿真分析。结果表明:六关节工业机器人的工作范围基本能够满足食品包装过程中的工作需要;6 个关节的运动都很平滑,各个关节的角度、速度、加速度与时间的曲线比较连续,规划路线比较合理。

**关键词:**六关节工业机器人;虚拟仿真;运动学;工作空间;轨迹规划

**Abstract:** Workspace of industrial robot with six joints is derived and simulated by MATLAB software. With the quintic interpolation calculation, the path of industrial robot with six joints is designed. The simulation analysis of the path of industrial robot with six joints is carried out by MATLAB software. The results show that the workspace of industrial robot with six joints can basically meet needs of work in food packaging process. Moreover, the movement of industrial robot with six joints is very smooth. And the curve of angle, velocity, acceleration of each joint is continuous. And the planned path of welding robot with six joints is reasonable.

**Keywords:** industrial robot with six joints; simulation; kinematics; workspace; design of the path

在现代食品工业体系中,食品生产过程的物料输送及包装过程是非常重要的环节,伴随着食品工业规模化发展,劳动力成本的不断上涨,以及食品安全对自动化、智能化生产的需求,工业机器人作为一种智能化装备在食品包装过程中具有举足轻重的作用<sup>[1-2]</sup>。

工业机器人具有多自由度,能够在三维空间中实现多维

运动,可以按照不同包装需求对预定对象进行工作<sup>[3-7]</sup>。由于其复杂的空间几何结构,运用理论分析很难对其运动学、动力学以及工作空间等特性进行计算<sup>[8]</sup>。虚拟仿真技术集人工智能、数值计算等先进技术于一体,能够快速地对机器人的运动等问题进行计算,并在计算机中形成图像演示,大大减少了计算时间,而且便于观察。国内外众多学者利用虚拟仿真技术对机器人进行了仿真分析。Li Jian-gang 等<sup>[9]</sup>对工业机器人的避障运动进行了虚拟仿真。Liu Jia 等<sup>[10]</sup>建立了受约束的工业机器人的动力学模型,并进行了虚拟仿真分析。

与平面关节机器人、托盘关节机器人相比,六关节机器人具有更高的自由度,运动更灵活,工作范围大,在工业中应用更为广泛。六关节工业机器人对预定食品进行包装时,工作空间是衡量其性能的一个主要要素,机器人的工作空间分析可以验证机器人的工作空间范围;Ana M. Djuric 等<sup>[11]</sup>对可重构机械有效工作空间进行了虚拟仿真分析,揭示了扭转角对有效工作空间的影响规律。Matteo 等<sup>[12]</sup>通过引进一个电缆驱动系统增加了工业机器人在其工作空间内的灵活性。李超等<sup>[13]</sup>对机器人轨迹规划中关节空间轨迹的插值方法进行了深入研究。

工业机器人末端的轨迹也是衡量机器人性能的一个重要指标,六关节工业机器人末端良好的运动轨迹使得机器人各个关节运动平稳。刘松国<sup>[14]</sup>研究了六自由度串联机器人的逆运动学及轨迹规划。马强<sup>[15]</sup>对六自由度机械臂进行了轨迹规划。机器人结构不同、尺寸存在差异,其工作空间、运动特性也将千差万别,工作效率也不同。基于此,本研究拟对六关节工业机器人的运动空间进行理论计算及仿真分析,以获得机器人末端的工作范围即机器人的工作空间。同时,对六关节工业机器人在其工作空间内的轨迹进行规划,旨在使机器人各个关节的运动连续,工作平稳。

### 1 六关节工业机器人模型

六关节工业机器人主要由 6 个关节组成,包括腰部、大臂、小臂及手腕等。其外形图见图 1,连杆参数见表 1。

**基金项目:**2017 年安徽教育厅自然科学研究重点项目(编号:KJ2017A650)

**作者简介:**李璐陈(1986—),安徽文达信息工程学院讲师,硕士。

E-mail:260556222@qq.com

**收稿日期:**2017-06-23

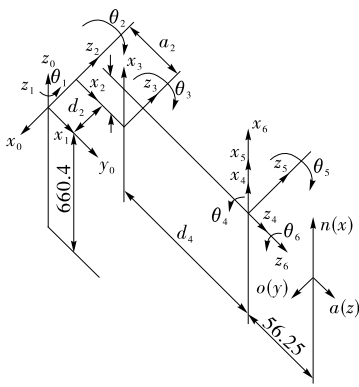


图1 六关节工业机器人的外形

Figure 1 Shape of industrial robot with six joints

表1 工业机器人的连杆参数<sup>†</sup>

Table 1 Link parameters of industrial robot

连杆	变量 $\theta_i$	$\alpha_{i-1}/(^{\circ})$	$a_{i-1}$	$d_i$	变量范围/ $(^{\circ})$
1	$\theta_1$	0	0	0	-160~160
2	$\theta_2$	-90	0	$d_2$	-225~45
3	$\theta_3$	0	$a_2$	0	-45~225
4	$\theta_4$	-90	$a_3$	$d_4$	-110~170
5	$\theta_5$	90	0	0	-100~100
6	$\theta_6$	-90	0	0	-266~266

<sup>†</sup>  $a_2 = 0.431\ 8\ \text{m}$ ,  $a_3 = 0.020\ 32\ \text{m}$ ,  $d_2 = 0.149\ 09\ \text{m}$ ,  $d_4 = 0.433\ 07\ \text{m}$ ;  $\alpha_{i-1}$  是从  $Z_{i-1}$  到  $Z_i$  沿  $X_{i-1}$  测量的距离;  $\alpha_{i-1}$  是从  $Z_{i-1}$  到  $Z_i$  绕  $X_{i-1}$  旋转的角度;  $d_i$  是从  $X_{i-1}$  到  $X_i$  沿  $Z_i$  测量的距离;  $\theta_i$  是从  $X_{i-1}$  到  $X_i$  绕  $Z_i$  旋转的角度。

1.1 六关节工业机器人运动学分析

机器人运动学分析主要是研究机器人各个关节与机器人末端执行器的坐标对应关系,工业机器人正向运动学主要建立机器人的运动学模型以及对机器人末端执行器位姿求解。六自由度机器人末端装置即为连杆6的坐标系,它与连杆  $i-1$  坐标系的关系可由  ${}^{i-1}T_6$  表示为:

$${}^{i-1}T_6 = {}^{i-1}T_i {}^i T_{i+1} \cdots {}^5 T_6 \quad (1)$$

其中  ${}^{i-1}T_i$  是 2 个相邻连杆之间的坐标变换通式,

$${}^{i-1}T_i = \begin{bmatrix} \cos\theta_i & -\sin\theta_i & 0 & \alpha_{i-1} \\ \sin\theta_i \cos\alpha_{i-1} & \cos\theta_i \cos\alpha_{i-1} & -\sin\alpha_{i-1} & -\sin\alpha_{i-1} \times d_i \\ \sin\theta_i \sin\alpha_{i-1} & \cos\theta_i \sin\alpha_{i-1} & \cos\alpha_{i-1} & \cos\alpha_{i-1} \times d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2)$$

由表 1 和式(2)可得:

$${}^0_1T = \begin{bmatrix} \cos\theta_1 & -\sin\theta_1 & 0 & 0 \\ \sin\theta_1 & \cos\theta_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix};$$

$${}^1_2T = \begin{bmatrix} \cos\theta_2 & -\sin\theta_2 & 0 & 146 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ -\sin\theta_2 & -\cos\theta_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix};$$

$${}^2_3T = \begin{bmatrix} \cos\theta_3 & -\sin\theta_3 & 0 & 472 \\ \sin\theta_3 & \cos\theta_3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix};$$

$${}^3_4T = \begin{bmatrix} \cos\theta_4 & -\sin\theta_4 & 0 & 160 \\ 0 & 0 & 1 & 515 \\ -\sin\theta_4 & -\cos\theta_4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix};$$

$${}^4_5T = \begin{bmatrix} \cos\theta_5 & -\sin\theta_5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ -\sin\theta_5 & -\cos\theta_5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix};$$

$${}^5_6T = \begin{bmatrix} \cos\theta_6 & -\sin\theta_6 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ -\sin\theta_6 & -\cos\theta_6 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}。$$

由式(1)、(2)求得末端的位姿函数为:

$${}^0T_6 = {}^0T_2 {}^2T_3 {}^3T_4 {}^4T_5 {}^5T_6 T = \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} & p_x \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} & p_y \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} & p_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (3)$$

式中:

$p_x$ 、 $p_y$ 、 $p_z$  ——分别为机器人末端中心相对于基坐标系  $x$ 、 $y$ 、 $z$  方向的位移;第 1、2、3 列分别为机器人末端中心相对于基坐标系  $x$ 、 $y$ 、 $z$  轴的方向余弦。并且有:

$$r_{11} = (\sin\theta_4 \cos\theta_5 \cos\theta_6 + \cos\theta_4 \sin\theta_6) \sin\theta_1 + \cos\theta_1 \cos(\theta_2 - \theta_3) \cos\theta_4 \cos\theta_5 + (-\cos\theta_1) \cos(\theta_2 - \theta_3) \sin\theta_5 \cos\theta_6 - \cos\theta_1 \cos(\theta_2 - \theta_3) \sin\theta_4 \sin\theta_6;$$

$$r_{12} = (\sin\theta_4 \cos\theta_5 \sin\theta_6 + \cos\theta_4 \cos\theta_6) \sin\theta_1 - \cos\theta_1 \cos(\theta_2 - \theta_3) \cos\theta_4 \cos\theta_5 + (-\cos\theta_1) \cos(\theta_2 - \theta_3) \sin\theta_5 \cos\theta_6 - \cos\theta_1 \cos(\theta_2 - \theta_3) \sin\theta_4 \sin\theta_6;$$

$$r_{13} = -\sin\theta_5 \sin\theta_1 \sin\theta_4 - \cos\theta_1 \cos(\theta_2 - \theta_3) \cos\theta_4 \sin\theta_5 - \cos\theta_1 \cos(\theta_2 - \theta_3) \cos\theta_6;$$

$$p_x = 160 \cos\theta_1 \cos(\theta_2 + \theta_3) - 515 \cos\theta_1 \sin(\theta_2 - \theta_3) + 472 \cos\theta_1 \cos\theta_2 + 146 \cos\theta_1;$$

$$r_{21} = \{ [\cos(\theta_2 + \theta_3) \cos\theta_4 \cos\theta_5 - \sin(\theta_2 + \theta_3) \sin\theta_5] \cos\theta_6 - \cos(\theta_2 + \theta_3) \sin\theta_4 \sin\theta_6 \} \sin\theta_1 - \cos\theta_6 \cos\theta_5 \cos\theta_1 \sin\theta_4 - \sin\theta_6 \cos\theta_4 \cos\theta_1;$$

$$r_{22} = \{ -[\cos(\theta_2 + \theta_3) \cos\theta_4 \cos\theta_5 - \sin(\theta_2 + \theta_3) \sin\theta_5] \sin\theta_6 - \cos(\theta_2 + \theta_3) \sin\theta_4 \cos\theta_6 \} \sin\theta_1 + \sin\theta_6 \cos\theta_5 \cos\theta_1 \sin\theta_4 - \cos\theta_6 \cos\theta_4 \cos\theta_1;$$

$$r_{23} = [-\cos(\theta_2 + \theta_3) \cos\theta_4 \sin\theta_5 - \sin(\theta_2 + \theta_3) \cos\theta_5] \sin\theta_1 + \sin\theta_5 \cos\theta_1 \sin\theta_4;$$

$$p_y = \sin\theta_1 [160 \cos(\theta_2 + \theta_3) - 515 \sin(\theta_2 + \theta_3) \cos\theta_3 + 472 \cos\theta_2 + 146];$$

$$r_{31} = [-\sin(\theta_2 + \theta_3) \cos\theta_4 \cos\theta_5 - \cos(\theta_2 + \theta_3) \sin\theta_5] \cos\theta_6 + \sin(\theta_2 + \theta_3) \sin\theta_4 \cos\theta_6;$$

$$r_{32} = -[\sin(\theta_2 + \theta_3) \cos\theta_4 \cos\theta_5 - \cos(\theta_2 + \theta_3) \sin\theta_5] \sin\theta_6 + \sin(\theta_2 + \theta_3) \sin\theta_4 \cos\theta_6;$$

$$r_{33} = -[-\sin(\theta_2 + \theta_3) \cos\theta_4 \sin\theta_5 + \sin(\theta_2 - \theta_3)] \cos\theta_5;$$

$$p_z = -160\sin(\theta_2 + \theta_3) - 515\cos(\theta_2 + \theta_3) - 472\sin\theta_2。$$

## 1.2 机器人工作空间

根据机器人工作空间的形成原理,机器人工作空间  $W_0(P_n)$  的边界面  $\sum W_0(P_n)$  主要是由机器人末端绕着机器人各个关节进行运动的轨迹组成的线或者面。因此,机器人工作空间的边界面可以根据多个单参数机器人末端运动轨迹公式求解获得。

假定机器人工作空间内存在一条曲线  $\bar{\Gamma}$ ,该曲线上的每一个点都与曲线族  $\{\Gamma\}$  中的每一曲线相切,每一条曲线  $\bar{\Gamma}$  与每一条曲线  $\Gamma$  相切的切点不同, $\bar{\Gamma}$  称为该曲线族的包络。

假定机器人工作空间内存在一个曲面  $\bar{\Sigma}$ ,该曲面上的每一个点都与曲面族  $\{\Sigma\}$  中的任一曲面相切,这些点组成一条曲线  $C_i$ ,这时  $\bar{\Sigma}$  就称为该曲面族的包络。

当机器人的自由度  $F \leq 6$  时,将机器人 6 个关节分为 2 组,第 1 组为前 3 个关节,在第 1 组的第 3 个关节末端设置参考点  $P_3$ ,求其绕各关节运动形成的曲面的包络,得到边界面  $W_0(P_3)$ 。

在第 2 组的第 3 个关节末端上设置参考点  $P_6$ ,求出其绕后面关节运动形成的曲面的包络,得到边界面  $W_3(P_n)$ 。让  $\sum W_3(P_n)$  沿  $\sum W_0(P_3)$  运动,就形成了双参数曲面族,可用相应的包络面公式求出末杆上参考点的工作空间界限曲面  $W_0(P_n)$ 。可以看出,求解机器人工作空间转化为求解曲面族的包络。

分别用  $\Gamma$ 、 $\Sigma$ ;  $\{\Gamma\}$ 、 $\{\Sigma\}$ ;  $\bar{\Gamma}$ 、 $\bar{\Sigma}$  表示母线、母面,曲线族、曲面族以及他们的包络。

(1) 曲线族的包络:

设有曲线  $\Gamma$  用向量方程表示:

$$\Gamma: \vec{r} = \vec{r}(t) = [x(t), y(t), z(t)], \quad (4)$$

式中:

$t$ ——曲线  $\Gamma$  的几何参数。

再假设曲线  $\Gamma$  以  $\alpha$  为参数运动,则在空间相应于不同的  $\alpha$ ,就形成了一系列的以  $\Gamma$  为母线的曲线族。记作  $\{\Gamma\}$ ,

$$\{\Gamma\}: \vec{r}^* = \vec{r}^*(t, \alpha) = [x(t, \alpha), y(t, \alpha), z(t, \alpha)]. \quad (5)$$

曲线族的包络方程为:

$$\bar{\Gamma}: \begin{cases} \vec{r}^* = \vec{r}^*(t, \alpha); \\ \vec{r}_t \times \vec{r}_\alpha = 0, \end{cases} \quad (6)$$

式中:

$$\vec{r}_t = \frac{\partial \vec{r}^*}{\partial t};$$

$$\vec{r}_\alpha = \frac{\partial \vec{r}^*}{\partial \alpha}。$$

(2) 曲面族的包络:

设有曲面  $\Sigma$  用向量方程表示:

$$\Sigma: \vec{r} = \vec{r}(u, v), \quad (7)$$

式中:

$u, v$ ——曲面  $\Sigma$  的几何参数。

再假设曲面  $\Sigma$  以  $\alpha$  为参数运动,得到曲面族  $\{\Sigma\}$ ,其方程为:

$$\{\Sigma\}: \vec{r}^* = \vec{r}^*(u, v, \alpha)。 \quad (8)$$

曲面族的包络  $\bar{\Sigma}$  的方程为:

$$\bar{\Sigma}: \begin{cases} \vec{r}^* = \vec{r}^*(u, v, \alpha) \\ (\vec{r}_u^* \times \vec{r}_v^*) \times \vec{r}_\alpha^* = 0, \end{cases} \quad (9)$$

式中:

$$\vec{r}_u^* = \frac{\partial \vec{r}^*}{\partial u};$$

$$\vec{r}_v^* = \frac{\partial \vec{r}^*}{\partial v};$$

$$\vec{r}_\alpha^* = \frac{\partial \vec{r}^*}{\partial \alpha}。$$

若  $\bar{\Sigma}$  再以  $\beta$  为参数运动,得到曲面族  $\{\bar{\Sigma}\}$ ,其包络

(称为二次包络)  $\bar{\bar{\Sigma}}$  的方程为:

$$\bar{\bar{\Sigma}}: \begin{cases} \vec{r}^{**} = \vec{r}^{**}(u, v, \alpha, \beta); \\ (\vec{r}_u^{**} \times \vec{r}_v^{**}) \times \vec{r}_\alpha^{**} = 0; \\ (\vec{r}_u^{**} \times \vec{r}_v^{**}) \times \vec{r}_\beta^{**} = 0, \end{cases} \quad (10)$$

式中:

$$\vec{r}_u^{**} = \frac{\partial \vec{r}^{**}}{\partial u};$$

$$\vec{r}_v^{**} = \frac{\partial \vec{r}^{**}}{\partial v};$$

$$\vec{r}_\alpha^{**} = \frac{\partial \vec{r}^{**}}{\partial \alpha};$$

$$\vec{r}_\beta^{**} = \frac{\partial \vec{r}^{**}}{\partial \beta}。$$

若母线  $\Gamma$  和母面  $\Sigma$ ,以及  $\{\Gamma\}$ ,  $\{\Sigma\}$ ,  $\{\bar{\Sigma}\}$  都是参数方程形式给出的,则可从式(8)~(10)导出更便于计算的形式,如:

$$\begin{cases} x = x(u, v, \alpha); \\ y = y(u, v, \alpha); \\ z = z(u, v, \alpha); \\ A \frac{\partial x}{\partial \alpha} + B \frac{\partial y}{\partial \alpha} + C \frac{\partial z}{\partial \alpha} = 0, \end{cases} \quad (11)$$

式中:

$$A = \begin{vmatrix} \frac{\partial y}{\partial u} & \frac{\partial z}{\partial u} \\ \frac{\partial y}{\partial v} & \frac{\partial z}{\partial v} \end{vmatrix}; B = \begin{vmatrix} \frac{\partial z}{\partial u} & \frac{\partial x}{\partial u} \\ \frac{\partial z}{\partial v} & \frac{\partial x}{\partial v} \end{vmatrix};$$

$$C = \begin{vmatrix} \frac{\partial x}{\partial u} & \frac{\partial y}{\partial u} \\ \frac{\partial x}{\partial v} & \frac{\partial y}{\partial v} \end{vmatrix}。$$

### 1.3 六关节工业机器人工作空间仿真

运用 MATLAB 软件对六关节工业机器人的工作空间进行仿真分析。根据上述工作空间的理论分析,在 MATLAB 软件中通过 D-H 坐标变换矩阵可以计算六关节工业机器人末端运动的矩阵表达式,从而求得机器人的工作范围(即工作空间)。机器人的三维工作空间 MATLAB 仿真结果见图 2。

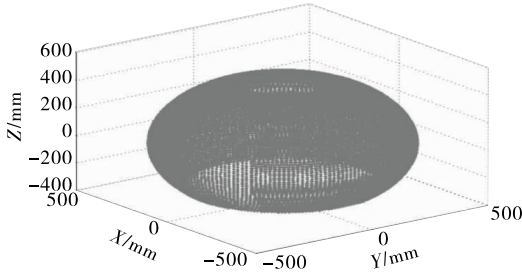


图 2 六关节工业机器人的三维工作空间

Figure 2 3D Work space of industrial robot with six joints

由图 2 可知,机器人在 X、Y 轴以及 Z 轴的工作范围为 0.9 m。六关节工业机器人的工作范围基本能够满足工作需要。

对机器人的工作空间进行 3 个平面投影,可以得到机器人在 XOY、YOZ 以及 XOZ 3 个平面的工作空间,见图 3~5。

根据图 3~5 可以看出,机器人工作空间的 X、Y 以及 Z 轴半径在 0.45 m,基本可以满足机器人的工作要求。而且从图 3 可以看出,机器人的中心区域是空白区,也就是说机器人的末端无法到达此区域,主要是由机器人的结构空间造成的。

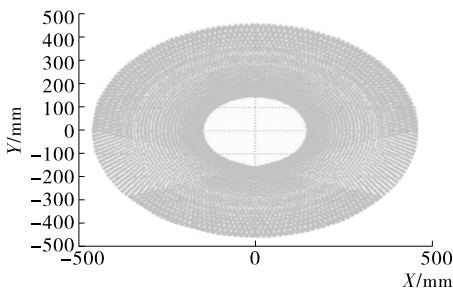


图 3 六关节工业机器人 XOY 平面工作空间

Figure 3 Work space of industrial robot with six joints in plane XOY

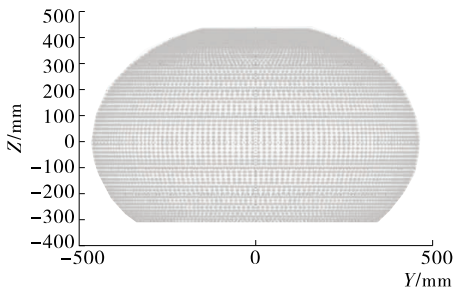


图 4 六关节工业机器人 YOZ 平面工作空间

Figure 4 Work space of industrial robot with six joints in plane YOZ

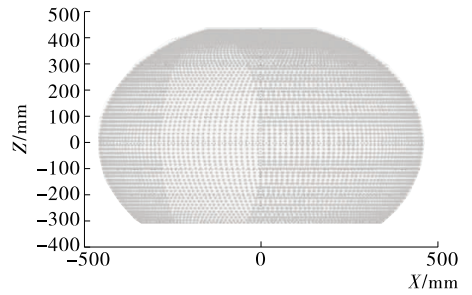


图 5 六关节工业机器人 ZOZ 平面工作空间

Figure 5 Work space of industrial robot with six joints in plane ZOZ

## 2 六关节工业机器人轨迹规划及仿真

### 2.1 六关节工业机器人轨迹规划

由于工业机器人运动轨迹的约束条件比较多,采用三次多项式插值不能满足要求,故采用五次多项式进行插值计算。假设机器人  $t_0$  时刻的关节角度为  $\theta_0$ ,  $t_f$  时刻的关节角度为  $\theta_f$ 。机器人的轨迹函数  $\theta(t)$  满足约束条件:

(1) 起始位置:

$$\begin{cases} \theta(0) = \theta_0; \\ \theta(t_f) = \theta_f. \end{cases} \quad (12)$$

(2) 起始速度:

$$\begin{cases} \dot{\theta}(0) = \dot{\theta}_0; \\ \dot{\theta}(t_f) = \dot{\theta}_f. \end{cases} \quad (13)$$

(3) 起始加速度:

$$\begin{cases} \ddot{\theta}(0) = \ddot{\theta}_0; \\ \ddot{\theta}(t_f) = \ddot{\theta}_f. \end{cases} \quad (14)$$

假设五次插值多项式为:

$$\theta(t) = a_0 + a_1t + a_2t^2 + a_3t^3 + a_4t^4 + a_5t^5. \quad (15)$$

联合式(12)~(15)可得:

$$\begin{cases} \theta(0) = \theta_0 = a_0; \\ \theta(t_f) = \theta_f = a_0 + a_1t_f + a_2t_f^2 + a_3t_f^3 + a_4t_f^4 + a_5t_f^5; \\ \dot{\theta}(0) = \dot{\theta}_0 = a_1; \\ \dot{\theta}(t_f) = \dot{\theta}_f = a_1 + 2a_2t_f + 3a_3t_f^2 + 4a_4t_f^3 + 5a_5t_f^4; \\ \ddot{\theta}(0) = \ddot{\theta}_0 = 2a_2; \\ \ddot{\theta}(t_f) = \ddot{\theta}_f = 2a_2 + 6a_3t_f + 12a_4t_f^2 + 20a_5t_f^3. \end{cases} \quad (16)$$

由此可得式(16)的解为:

$$\begin{cases} a_0 = \theta_0; \\ a_1 = \dot{\theta}_0; \\ a_2 = \frac{1}{2} \ddot{\theta}_0; \\ a_3 = \frac{20\theta_f - 20\theta_0 - (8\dot{\theta}_f + 12\dot{\theta}_0)t_f - (3\ddot{\theta}_0 - \ddot{\theta}_f)}{2t_f^3}; \\ a_4 = \frac{30\theta_0 - 30\theta_f + (14\dot{\theta}_f + 16\dot{\theta}_0)t_f - (3\ddot{\theta}_0 - 2\ddot{\theta}_f)t_f^2}{2t_f^4}; \\ a_5 = \frac{12\theta_f - 12\theta_0 - (6\dot{\theta}_f + 6\dot{\theta}_0)t_f - (\ddot{\theta}_0 - \ddot{\theta}_f)t_f^2}{2t_f^5}. \end{cases} \quad (17)$$

当机器人在起始点和终止点静止时,  $\dot{\theta}(t_0) = 0$ ,

$\dot{\theta}(t_f) = 0$ ,那么五次多项式可以表示为:

$$\dot{\theta}(t) = \theta_0 + \frac{1}{2} \ddot{\theta}_0 t^2 + \frac{1}{2t_f^3} [20\theta_f - 20\theta_0 - (3\ddot{\theta}_0 - \ddot{\theta}_f)t_f^2] t^3 + \frac{1}{2t_f^4} [30\theta_0 - 30\theta_f - (3\ddot{\theta}_0 - 2\ddot{\theta}_f)t_f^2] t^4 + \frac{1}{2t_f^5} [12\theta_f - 12\theta_0 - (\ddot{\theta}_0 - \ddot{\theta}_f)t_f^2] t^5. \quad (18)$$

多关节机器人各个关节同时运动,根据上面的五次插值多项式运算无法计算,因此假设机器人起始点 A 的各个关节角度为:

$$J_A = [\theta_{10} \quad \theta_{20} \quad \theta_{30} \quad \theta_{40} \quad \theta_{50} \quad \theta_{60}]. \quad (19)$$

根据机器人运动学分析可得终止点 B 的关节角度为:

$$J_B = [\theta_{1f} \quad \theta_{2f} \quad \theta_{3f} \quad \theta_{4f} \quad \theta_{5f} \quad \theta_{6f}]. \quad (20)$$

那么插补时间  $t_f$  可以表示为:

$$t_i = \frac{|\theta_{if} - \theta_{i0}|}{\omega_{i\max}} \quad i = 1, 2, 3, \dots, 6. \quad (21)$$

### 2.2 六关节工业机器人轨迹规划仿真

本研究的轨迹规划在关节空间中进行。机器人的起始位置 A 的坐标为  $[0, 0, 0, 0, 0, 0]$ , 终止点 B 的坐标为  $[45^\circ, 90^\circ, -90^\circ, 60^\circ, 60^\circ, 60^\circ]$ 。机器人终止时间为 2 s, 时间间隔为 0.02 s。

图 6~8 显示了机器人 6 个关节的角度、速度和加速度与时间的关系曲线。由图 6~8 可知, 6 个关节的运动都很平滑, 各个关节的角度、速度、加速度与时间的曲线比较连续。各个关节的角度从 0.25 s 开始发生变化, 而速度从 0.1 s 开始发生变化。在 1 s 时速度达到最大值, 此时加速度为 0 rad/s<sup>2</sup>。在 2 s 时速度为 0 rad/s, 加速度也为 0 rad/s<sup>2</sup>。也就是说机器人在起始点时是静止状态, 在终止点也能够到达静止状态, 与上述理论分析相一致。

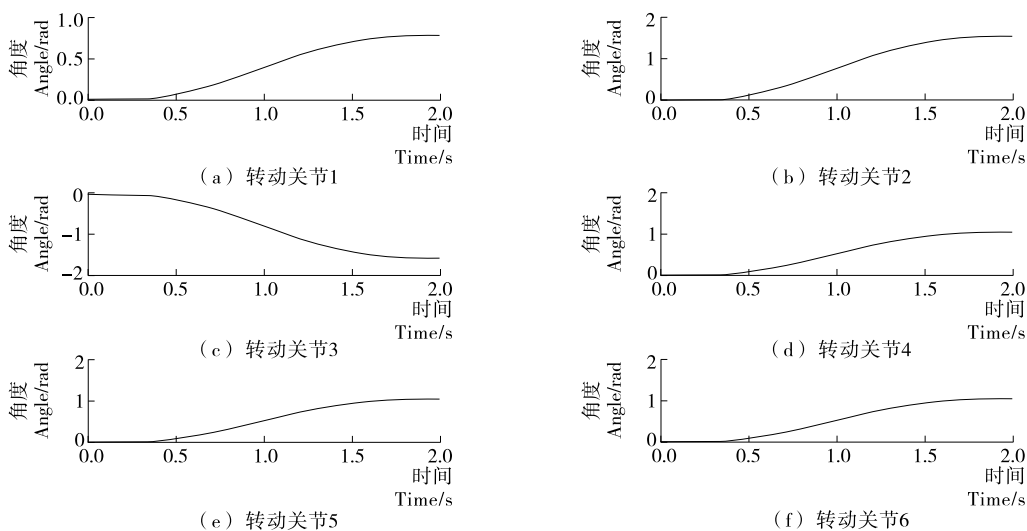


图 6 角度与时间的关系曲线

Figure 6 Relation curve between angle and time

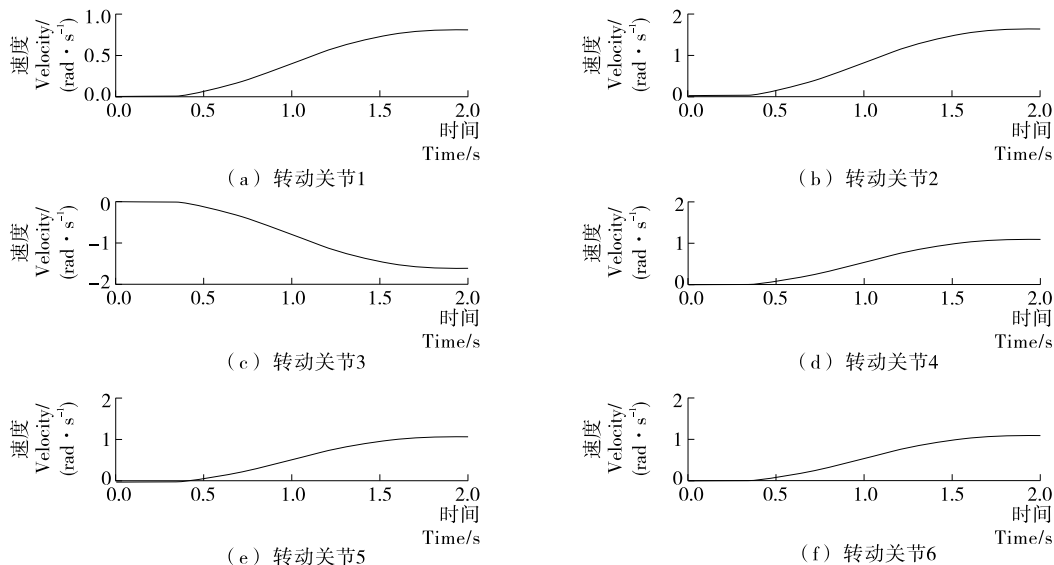


图 7 速度与时间的关系曲线

Figure 7 Relation curve between velocity and time

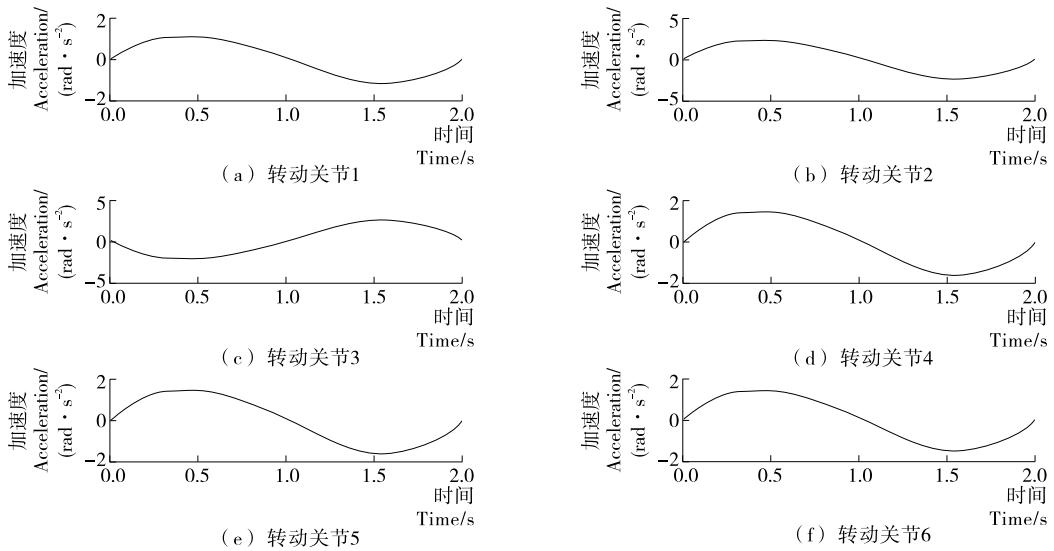


图8 加速度与时间的关系曲线

Figure 8 Relation curve between acceleration and time

### 3 结论

经过对六关节工业机器人的运动学和工作空间的理论及虚拟仿真分析,可以得出:机器人在 X、Y 轴以及 Z 轴的工作范围为 0.9 m,基本能够满足食品包装过程中的工作需要。此外,工业机器人能够满足食品包装过程中启动、停止、运动平稳等工作要求。此研究可为工业机器人在食品包装中的应用提供理论依据。

工业机器人在食品包装过程中的成功应用提高了生产效率,降低了生产成本。智能机器人是工业机器人的发展趋势,基于视觉控制的工业机器人轨迹规划能够提高工业机器人的工作效率以及工作质量。下一步计划将基于视觉控制的工业机器人应用到食品包装过程中,以扩大工业机器人在食品包装过程中的应用范围。

#### 参考文献

- [1] 朱世强,王宣银. 机器人技术及其应用[M]. 杭州:浙江大学出版社,2007:5-7.
- [2] 许燕玲,林涛. 焊接机器人应用现状与研究发展趋势[J]. 金属加工,2010,11(8):32-36.
- [3] 刘凤臣,陈凯,张良安,等. 基于 Delta-s 的高速果奶装箱机器人工程示范[J]. 食品与机械,2011,27(6):171-175.
- [4] 张良安,马寅东,单家正,等. 基于遗传算法和 Petri 网络的机器人装配生产线平衡方法[J]. 食品与机械,2012,28(2):79-82.
- [5] 王忠平,李响,马永,等. 基于坐标式机器人的瓶坯装箱系统[J]. 食品与机械,2011,27(5):134-136.
- [6] 管小清,罗庆生. 码垛机器人交错式码放样式算法的研究[J]. 食品与机械,2012,28(2):83-86.
- [7] 朱学建,马永,冯渝,等. 直角坐标机器人瓶坯装箱生产线控制系统[J]. 食品与机械,2012,28(6):187-189.
- [8] 刘飞飞,高堂盼,刘龙涓,等. 新型 Delta 机器人运动学建模及结构分析[J]. 食品与机械,2016,32(10):81-85.
- [9] LI Jian-gang, LU Yang, SONG Yang-peng. Efficient motion

- simulation and collision detection algorithm suitable for serial industrial robot[J]. Advances in Reconfigurable Mechanisms and Robots II, 2015, 36: 901-912.
- [10] LIU Jia, LIU Rong. Simple method to the dynamic modeling of industrial robot subject to constraint [J]. Advances in Mechanical Engineering, 2016, 8(4): 1-9.
- [11] DJURIC A M, JOVANOVIC V, FILIPOVIC M, et al. The reconfigurable machinery efficient workspace analysis based on the twist angles [J]. Int J Computer Applications in Technology, 2016, 53(2): 201-211.
- [12] PALPACELLI M. Static performance improvement of an industrial robot by means of a cable-driven redundantly actuated system [J]. Robotics and Computer-integrated Manufacturing, 2016, 38: 1-8.
- [13] 李超,董继先. 浅析机器人轨迹规划中关节空间轨迹的插值方法[J]. 西北轻工业学院学报,2002(5):42-44.
- [14] 刘松国. 六自由度串联机器人运动优化与轨迹跟踪控制研究[D]. 杭州:浙江大学,2009:60-63.
- [15] 马强. 六自由度机械臂轨迹规划研究[D]. 哈尔滨:哈尔滨工程大学,2007:36-46.